



# Transferencia de Radianza

## Precomputada (PRT)

Técnicas Avanzadas de Gráficos en 3D

---

Miguel Ángel Otaduy  
3 Mayo 2010



# Aplicabilidad

- Forma muy rápida de aproximar la iluminación global difusa en escenas estáticas con luces móviles arbitrariamente complejas.
  - Luces de área
  - Sombras suaves
  - Luz indirecta compleja
  - ...



# Aplicabilidad



# Aplicabilidad



# Aplicabilidad



# Ec. de Rendering Difusa

$$L_o(x, \omega_o) = \int_{\Omega} L_i(x, \omega_i) f_r(x, \omega_o, \omega_i) \cos \theta_i d\omega_i$$

Añadimos de manera explícita el término de visibilidad:

$$L_o(x, \omega_o) = \int_{\Omega} L_i(x, \omega_i) V(x, \omega_i) f_r(x, \omega_o, \omega_i) \cos \theta_i d\omega_i$$

Asumimos material difuso (BRDF cte):

$$L_o(x, \omega_o) = \underline{\rho} \int_{\Omega} L_i(x, \omega_i) V(x, \omega_i) \cos \theta_i d\omega_i$$

Albedo (reflectancia del material)

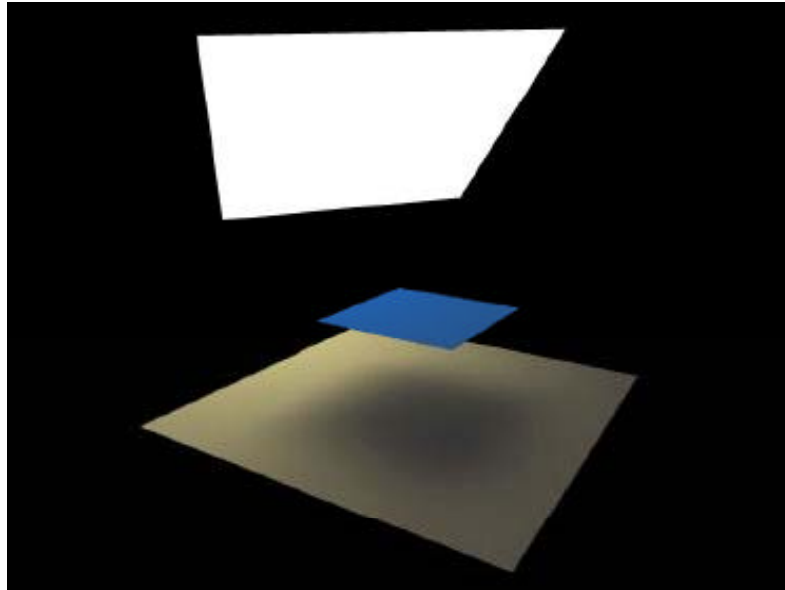


# De forma visual...

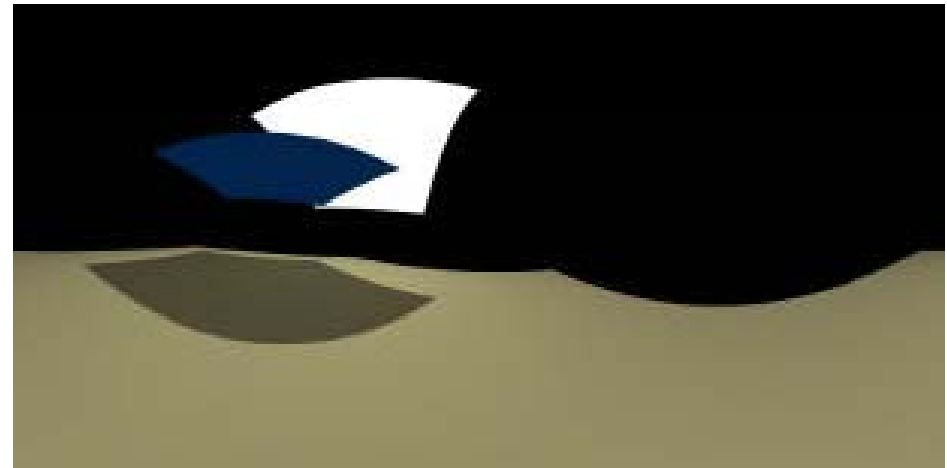
- La radianza se puede expresar como la integral del producto de tres funciones definidas sobre la esfera.
- Ahora veremos esto de manera más visual...



# De forma visual...

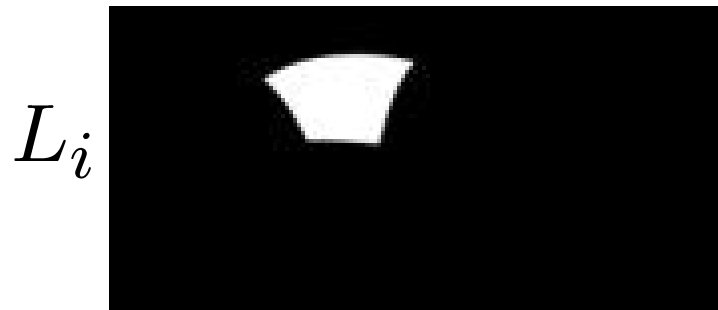


Escena difusa



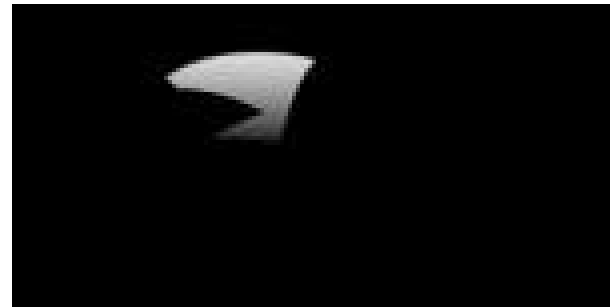
Vista desde  
un punto...

# Producto de Funciones



$$L_o = \rho L_i(\omega) \cdot V(\omega) \cdot H(\omega)$$

Radianza  
incidente    Visibilidad    Coseno



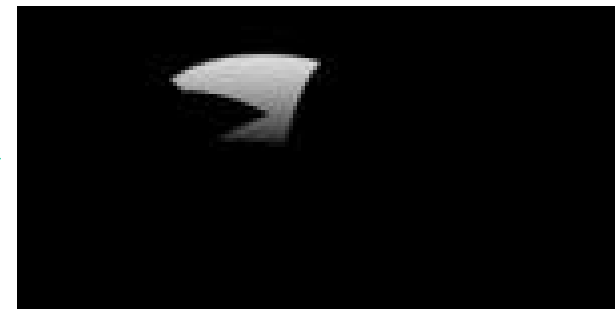
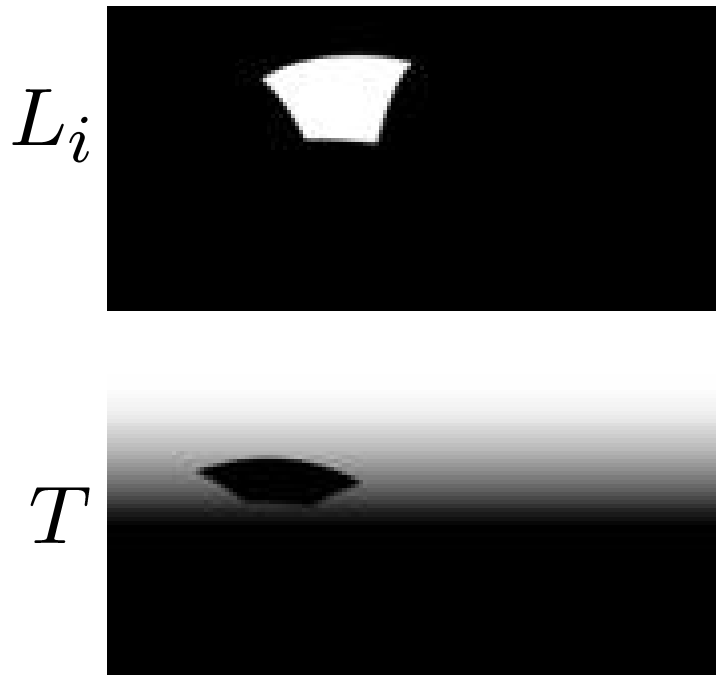
Notación: el producto implica integral del producto de funciones definidas en la esfera



# Función de Transferencia

$$L_o = \rho L_i(\omega) \cdot T(\omega)$$

$$T(\omega) = V(\omega) \cdot H(\omega)$$



Para una escena estática, se puede precalcular la función de transferencia, que agrupa la visibilidad y el factor coseno



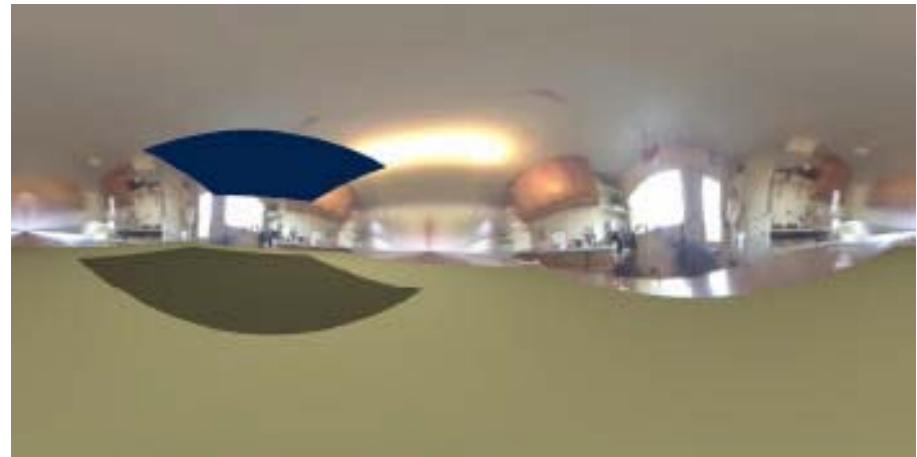
# Precomputed Radiance Transfer (PRT)

- Dadas por separado la radianza entrante (sin visibilidad) y la función de transferencia, se va a aproximar el cálculo de la iluminación
  - Se aproxima cada término por sus componentes de baja frecuencia
  - Se representa mediante otro operando la integral del producto



# Iluminaciones Complejas

- Se pueden usar mapas de iluminación HDR sin ningún coste adicional



# Funciones de Base

- Representar una función cualquiera como la suma de funciones de base ponderadas.

$$f(x) = \sum_i^n \underbrace{f_i}_{\text{Coeficientes}} \cdot \underbrace{\phi_i(x)}_{\text{Funciones de base}}$$

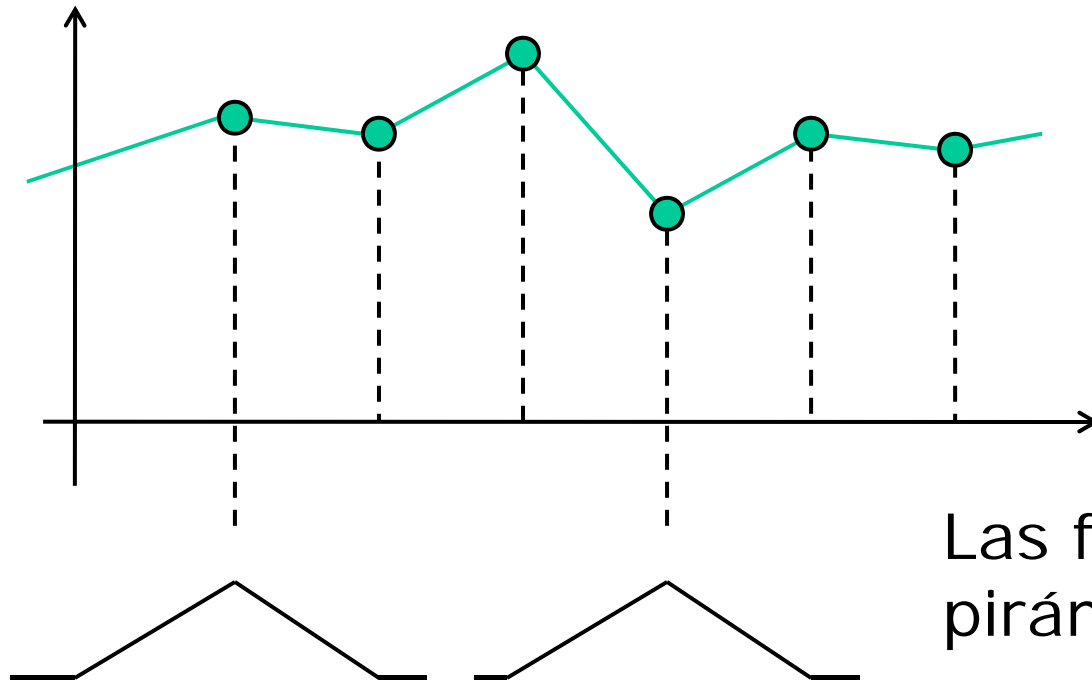
Coeficientes

Funciones de base



# Funciones de Base

- Ejemplo: Interpolación lineal



Las funciones de base son pirámides desplazadas



# Funciones de Base

- Ejemplo: Series de Fourier

$$f(x) = \sum_i^{\infty} \alpha_i \sin(i\omega_0 x) + \sum_i^{\infty} \beta_i \cos(i\omega_0 x)$$

Las funciones de base son senos y cosenos de distintas frecuencias

Requiere infinitas funciones de base



# Funciones de Base Ortonormales

- Propiedad:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_i(x) \cdot \phi_j(x) dx = \begin{cases} 1, & \text{si } i = j \\ 0, & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

- Ejemplo: series de Fourier



# Funciones de Base Ortonormales

- Ventaja 1: Fácil cálculo de coeficientes.

$$f_i = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \phi_i(x) dx$$



# Funciones de Base Ortonormales

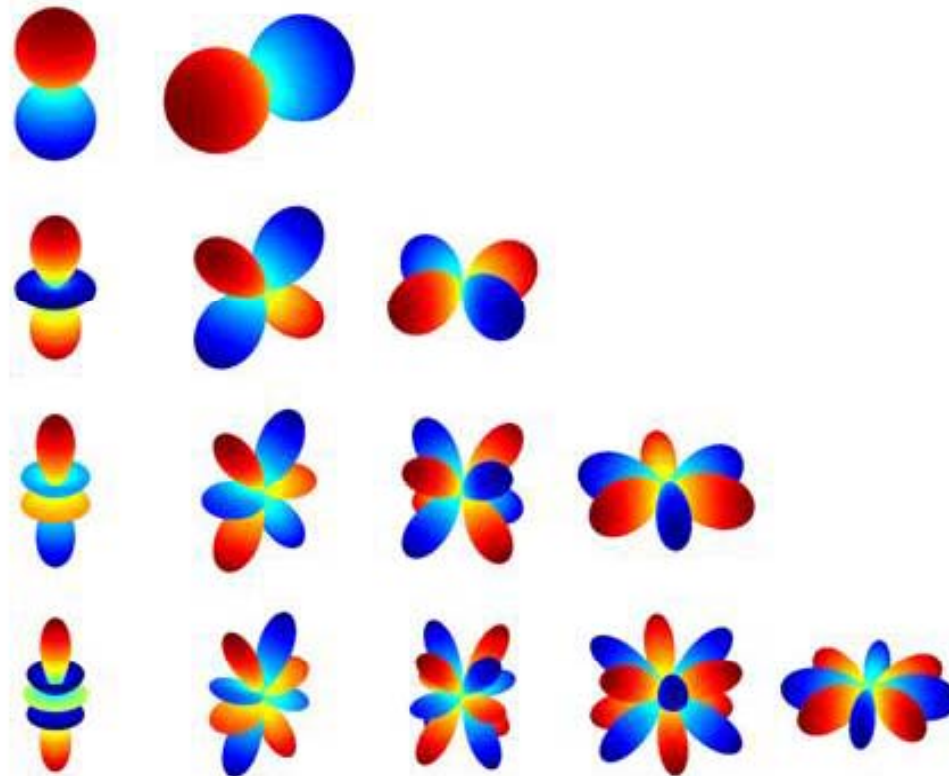
- Ventaja 2: Integral del producto de dos funciones como producto escalar.

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} f_a(x) \cdot f_b(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_i^n \alpha_i \phi_i(x) \sum_j^n \beta_j \phi_j(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_i^n \alpha_i \beta_i \phi_i(x) \phi_i(x) dx && \text{ortogonalidad} \\ &= \sum_i^n \alpha_i \beta_i \int_{-\infty}^{\infty} \phi_i(x) \phi_i(x) dx && \text{conmutativas} \\ &= \sum_i^n \alpha_i \beta_i && \text{ortonormalidad} \\ &= \mathbf{a}^T \mathbf{b} && \text{Producto escalar de vectores de dimensión } n \end{aligned}$$



# Armónicos Esféricos

- Funciones de base ortonormales para funciones expresadas en un dominio esférico



# Aplicación de Armónicos Esféricos a Iluminación

1. Ec. a calcular:  $L_o = \rho \int_{\Omega} L_i(\omega) \cdot T(\omega) d\omega$
2. Descomposición en armónicos esféricos
3. Nos quedamos con componentes de baja frecuencia
4. Representación como producto escalar, gracias a la ortonormalidad  $L_o = \rho \mathbf{L}_i^T \mathbf{T}$



# ¿Cómo se junta todo?

- Precalcular los componentes de armónicos esféricos para la radianza emitida en la escena y la función de transferencia de cada punto de la escena. Se guardan en texturas.
- En tiempo de render, por cada punto de la escena se evalúa un shader.



# Precálculo

- Se han de calcular los componentes de armónicos esféricos de la función de transferencia para todos los puntos de la escena.
- Requiere calcular un montón de integrales sobre semiesferas → Monte Carlo.



# Shader de PRT

- Primero se rota la representación en armónicos esféricos para alinearla con el sistema de referencia local
- Segundo se calcula el producto escalar entre componentes de iluminación y función de transferencia
- Se multiplica por el albedo



# Otros Temas

- Incorporar iluminación indirecta, tomando el resultado del primer pase como entrada.
- La iluminación especular se puede tratar aparte y se suma.
- Tema de investigación: incorporar objetos dinámicos.



# Referencias

- Curso SIGGRAPH 2005 'Precomputed Radiance Transfer: Theory and Practice'  
<http://www.cs.ucl.ac.uk/staff/J.Kautz/PRTCOURSE/index.html>
- Curso SIGGRAPH 2009 'Real-time global illumination'  
<http://www.cs.ucl.ac.uk/staff/j.kautz/RTGICOURSE/>
- Precomputed radiance transfer for real-time rendering in dynamic low-frequency lighting environments, Sloan et al., SIGGRAPH 2002.

<http://www.youtube.com/watch?v=cC77J0xQbj4&feature=related>

- (más allá de PRT) An efficient GPU-based approach for interactive global illumination, Wang et al., SIGGRAPH 2009.

(es un área con muchos papers recientes en SIGGRAPH)

